

### Leis de Kirchhoff

Até aqui você aprendeu técnicas para resolver circuitos não muito complexos. Basicamente todos os métodos foram baseados na 1ª Lei de Ohm. Agora você vai aprender as Leis de Kirchhoff.

As Leis de Kirchhoff consistem num método de resolução de circuitos mais complexos, aqueles que arranjam resistores, geradores e receptores de forma não trivial.

São duas as leis de Kirchhoff. A primeira refere-se a conservação de carga que vimos no módulo 2, enquanto a segunda diz que independente do caminho que se faça ao percorrer um circuito, voltando ao mesmo ponto, o potencial vai ser o mesmo. Faremos então uma abordagem mais profunda.

#### Primeira Lei de Kirchhoff ou Lei dos Nós

Essa lei diz que a soma das correntes elétricas que chegam a um nó é igual à soma das correntes que saem desse nó. Chamamos de nó de um circuito, qualquer ponto do qual partam dois ou mais fios. Uma ilustração desta lei segue na figura 1.

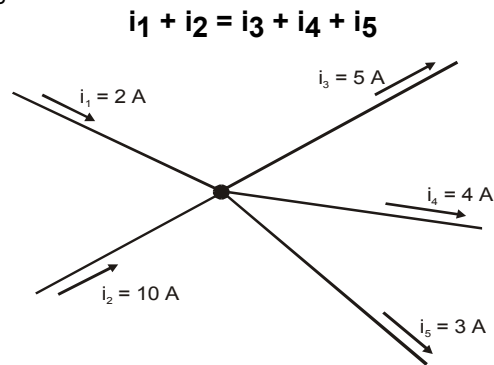


Figura 1. Lei dos nós

**1ª Lei de Kirchhoff ou Lei dos Nós: Num nó, a soma das intensidades de correntes que chegam é igual à soma das intensidades de correntes que saem.**

#### Segunda Lei de Kirchhoff ou Lei das Malhas

Antes de enunciarmos a Segunda lei de Kirchhoff, devemos aprender alguns nomes que cercam todo o assunto. Devemos saber o que é um ramo e o que é uma malha.

Um **ramo** é um segmento de um circuito compreendido entre dois nós, independente dos elementos do circuito que estão entre esses dois nós. Veja a figura 2.

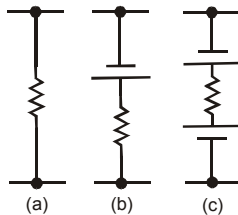


Figura 2. Exemplos de ramos

Uma **malha** é um conjunto de ramos de maneira a constituir um circuito fechado. Temos na figura 3 um circuito com duas malhas, que são mostradas separadamente na figura 4. Observe que o resistor  $R_2$  pertence às duas malhas (malha A e malha B).

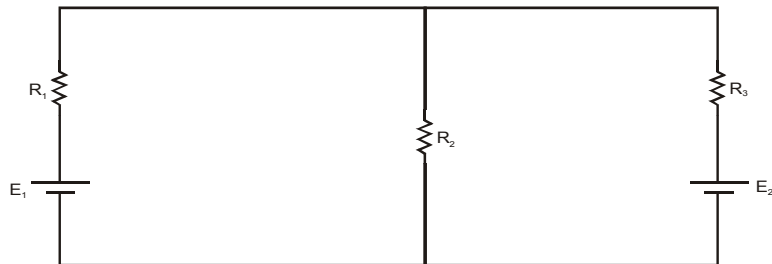


Figura 3. Circuito com 2 malhas

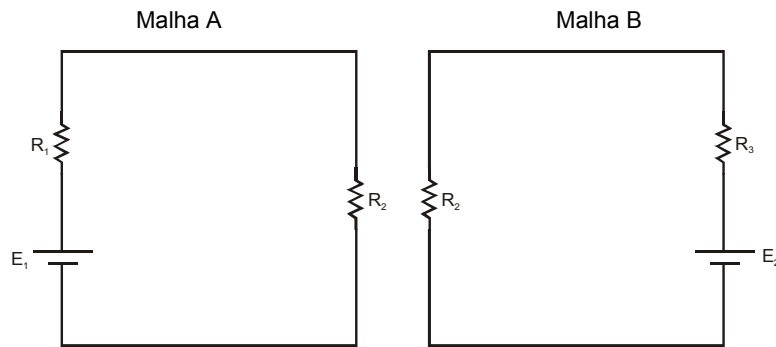


Figura 4. Malhas do circuito da figura 3

O primeiro passo para resolver um problema com mais de uma malha é identificar quem é o gerador. Não existe necessariamente um único, porém sabemos com certeza que, dentre vários geradores e receptores, é gerador aquele com maior força eletromotriz. Identificado o gerador, colocamos então o sentido da corrente (do + para o -), quando isso não for possível, podemos assumir um sentido qualquer.

Definido o sentido para percorrer a malha, monta-se uma equação para cada malha, essa equação vem da **soma das tensões (ou ddp) de cada elemento da malha**, lembrando que a tensão no resistor é dada pela lei de Ohm,  $U = Ri$ , e a do gerador e do receptor é dada diretamente pelo  $E$ , fem ou fcem. Por exemplo:

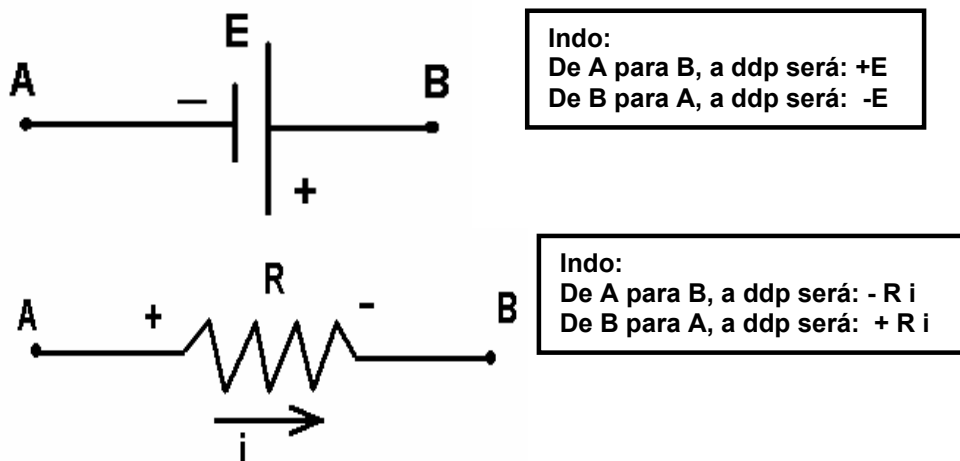


Figura 5. Como calcular a ddp nos elementos dos circuitos

A segunda lei afirma que ao percorrermos uma malha num determinado sentido, partindo e voltando ao mesmo ponto, a soma das tensões sobre cada elemento do circuito é nula.

Como exemplo analisemos o circuito da figura 6 abaixo.

**2ª Lei de Kirchhoff ou lei das Malhas: Percorrendo uma malha num determinado sentido, partindo e voltando ao mesmo ponto, a soma das tensões sobre cada elemento do circuito é nula**

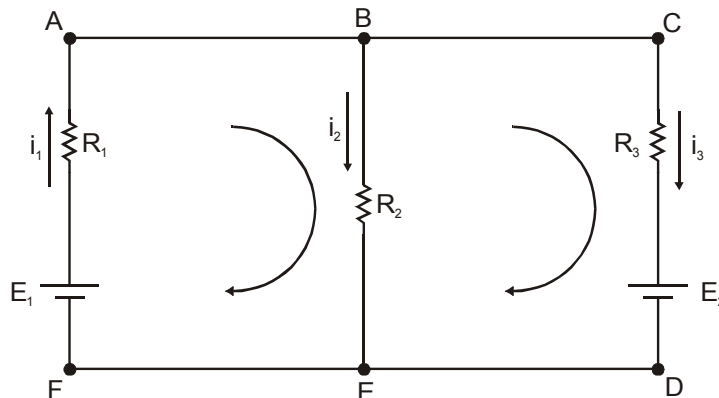


Figura 6. Circuito da figura 3 com os sentidos da corrente e o sentido que será usado para aplicar a 2ª lei de Kirchhoff

Aplicando a primeira lei de Kirchhoff no nó B, temos:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Percorrendo a malha ABEF no sentido indicado, partindo do ponto A. Iremos somar os potenciais dando uma volta no circuito.

$$- R_2 i_2 + E_1 - R_1 i_1 = 0$$

Devemos observar que se fizéssemos a mesma soma só que considerando o sentido contrário o resultado seria o mesmo.

Percorrendo a malha BCDE no sentido indicado partindo do ponto B. Iremos somar os potenciais dando uma volta no circuito.

$$- R_3 i_3 - E_2 + R_2 i_2 = 0$$

Temos três equações e três variáveis. Com isso, temos a solução do problema.

De novo, você deve lembrar das convenções.

1. Quando atravessamos um resistor no sentido da corrente, temos uma d.d.p. negativa, ou seja, acontece uma queda de potencial. Se atravessarmos o resistor no sentido contrário ao da corrente, temos um potencial positivo.
2. A d.d.p. nos terminais de um gerador ou receptor é dada dependendo da forma como a corrente passa pelo elemento. Se passa do pólo positivo para o pólo negativo temos uma d.d.p. negativa, caso contrário, a d.d.p. será positiva.

Por se tratar de um método para resolver circuitos complexos, o estudo das Leis de Kirchhoff é mais eficiente resolvendo os exercícios.

### Ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é um circuito elétrico montado tal qual na figura abaixo. O circuito é composto por quatro resistores, uma fonte geradora de tensão e um galvanômetro (medidor de corrente). Podemos demonstrar facilmente que, se o galvanômetro não acusar a passagem de corrente, a relação entre as resistências vale:

$$R_x \cdot R_2 = R \cdot R_1$$

Isso é mostrado a partir do fato de que se não há corrente entre os pontos C e D do circuito então não há diferença de potencial entre esses pontos; logo, os potenciais desses pontos são iguais.

$$V_C = V_D$$

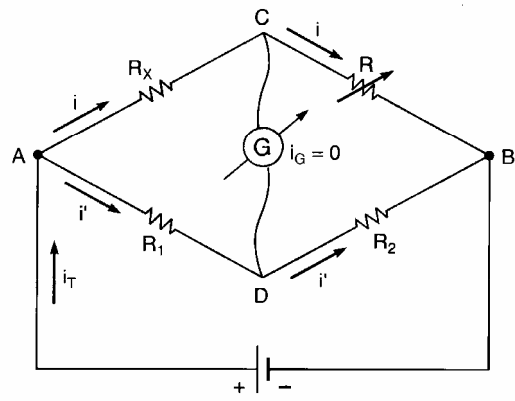


Fig. 7. Esquema de uma Ponte de Wheatstone

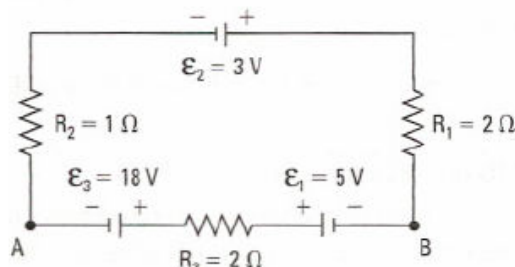
**2ª LISTA DE EXERCÍCIOS – Eletricidade Básica**  
**PROF. Corradi**  
**REVISÃO- CIRCUITOS EM PONTE - PONTE DE WHEATSTONE**

**RECEPTORES ELÉTRICOS**

**EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

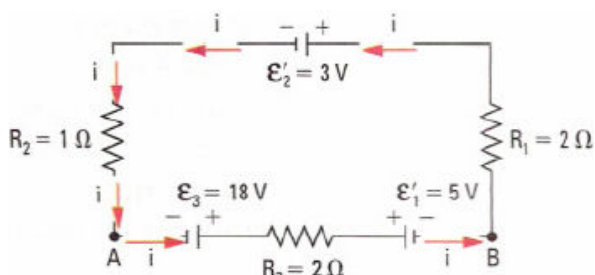
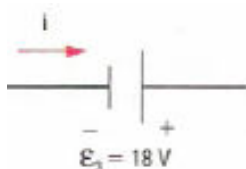
O circuito é constituído de três resistores, dois receptores e um gerador. Determine:

- o sentido da corrente elétrica;
- a resistência elétrica equivalente do circuito;
- a intensidade da corrente elétrica no circuito;
- a ddp entre os pontos A e B.



**Resolução:**

a) Nesse circuito, o maior valor de  $\epsilon$  é 18 V, logo  $\epsilon_3$  representa um gerador. A corrente elétrica, portanto, vai do terminal negativo para o positivo. Isso faz com que a corrente se movimente no sentido anti-horário pelo circuito e  $E_1$ , e  $E_2$  representem receptores:



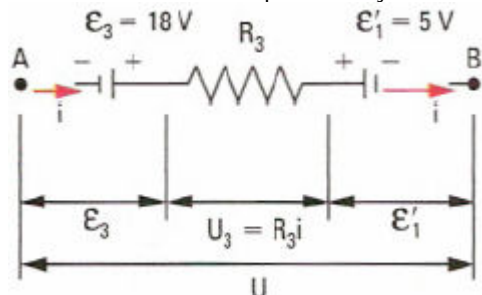
b) Como os resistores estão associados em série, a resistência equivalente é dada por:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow R_{eq} = 2 + 1 + 2 = 5\Omega$$

c) De acordo com a Lei de Ohm-Pouillet, temos:

$$i = \frac{\epsilon_3 - (\epsilon'_1 + \epsilon'_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow i = \frac{18 - (5 + 3)}{2 + 1 + 2} \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

d) Entre os pontos A e B, a ddp é obtida pela diferença entre a ddp dos terminais do gerador e a soma da ddp entre os terminais do resistor  $R_3$  e do receptor de força contra-eletromotriz  $E_3$ .



Então:

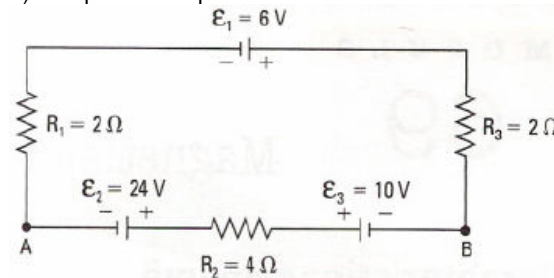
$$U = E_2 - (U_3 + E_1') \rightarrow U = E_3 - (R_3 i + E_1') \rightarrow U = 18 - (2 \cdot 2 + 5) \rightarrow U = 9 \text{ V}$$

**EXERCÍCIOS**

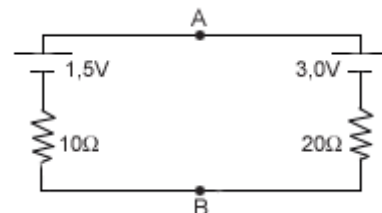
1- No circuito, a resistência interna dos geradores e a do receptor são desprezíveis. Determine:

- o sentido da corrente elétrica;
- a resistência elétrica equivalente;
- a intensidade da corrente elétrica;

d) a ddp entre os pontos A e B.



2- (Vunesp) O esquema a seguir representa duas pilhas ligadas em paralelo, com as resistências internas indicadas:

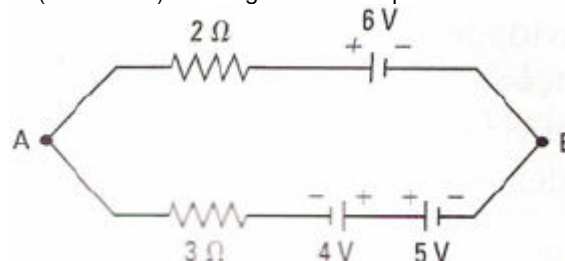


a) Qual o valor da corrente que circula pelas pilhas?

b) Qual é o valor da diferença de potencial entre os pontos A e B?

c) Qual das duas pilhas está se "descarregando"?

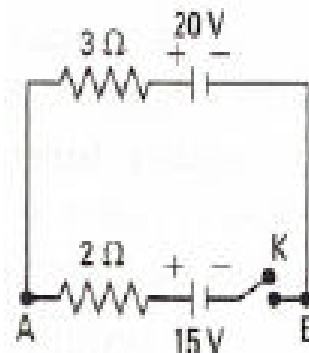
3- (OMEC-SP) A voltagem entre os pontos A e B do circuito vale:



- 1 V.
- 2 V.
- 3 V.
- 4 V.
- 5 V.

4- (PUC-SP) No circuito da figura, a diferença de potencial  $U_{AB}$  com a chave K aberta, tem valor de:

- 35 V.
- 20 V.
- 15 V.
- 5V
- 0V

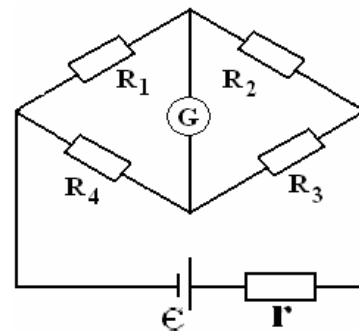


5- (PUC-SP) Com relação ao exercício anterior, fechando a chave K, a diferença de potencial UAS passa a ter valor de:

- 35 V.
- 23 V.
- 20 V.
- 17 V.
- 15 V.

**PONTE DE WHEATSTONE**

6- A figura a seguir representa um circuito denominado ponte de Wheatstone, utilizado em laboratório para medir resistência desconhecida. Suponha que  $R_1$  seja um resistor de resistência desconhecida e que  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  sejam reostatos, isto é, que possam ter suas resistências variando num intervalo de valores conhecidos, que se ajustam até que o galvanômetro da figura indique uma corrente elétrica nula. Nesta situação, se diz que a ponte está em equilíbrio e é verdadeira a expressão:  $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$ . A figura mostra ainda uma bateria de força eletromotriz ( $\mathcal{E}$ ) e a sua resistência interna ( $r$ ). Com base nestas informações e na figura marque a afirmativa verdadeira: Os valores das resistências valem  $R_1 = 12\Omega$ ,  $R_2 = 6,0\Omega$ ,  $R_3 = 2,0\Omega$ . Considere a resistência interna da bateria  $r$  com valor



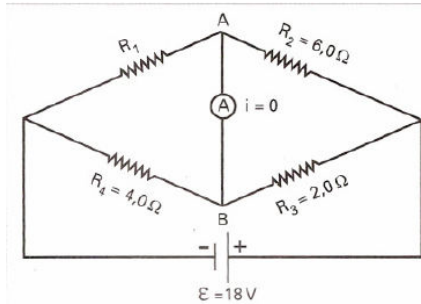
desprezível. Qual o valor da resistência  $R_4$  para que a corrente elétrica no galvanômetro será nula.

- a) 12  $\Omega$ . b) 4  $\Omega$ . c) 20  $\Omega$ . d) 144  $\Omega$

7- Qual o valor, aproximando, corrente elétrica no gerador, se os valores das resistências forem  $R_1 = 2,0\Omega$ ,  $R_2 = 6,0 \Omega$ ,  $R_3 = 3,0 \Omega$  e  $R_4 = 1,0\Omega$ , a **f.e.m.** igual a 64 V e a resistência interna 5,3 $\Omega$ . Marque a resposta correta.

- a) 12A. b) 8A. c) 6A. d) 86A.

8- A figura a seguir representa um circuito denominado ponte de Wheatstone, utilizado em laboratório para medir resistências desconhecidas. Suponha que R seja um resistor de resistência desconhecida e que  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  sejam reostatos, isto é, que possam ter suas resistências variando num intervalo de valores conhecidos, que se ajustam até que o amperímetro da figura indique uma corrente elétrica nula.



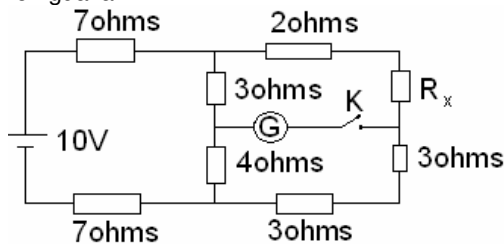
Nesta situação, se diz que a ponte está em equilíbrio e é verdadeira a expressão:  $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$ .

a) Determine o valor da resistência do resistor  $R_1$ .

b) Determine a corrente estabelecida em cada resistor, considerando que o ponto A é o mesmo que B no circuito.

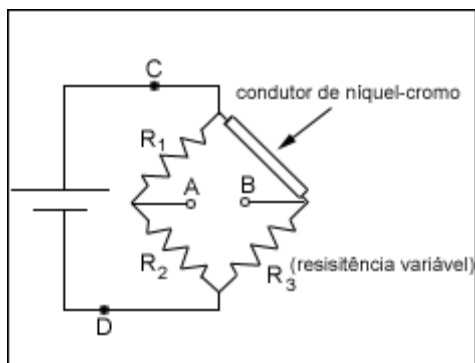
Observação: No item b, pode-se considerar  $R_1$  e  $R_2$ ,  $R_4$  e  $R_3$  associados em série ou  $R_1$  e  $R_2$ ,  $R_3$  em paralelo.

9- Fechando-se a chave K no circuito esquematizado, o galvanômetro G não acusará corrente se a resistência variável  $R_x$  for igual a:



10. (UnB-DF) Uma maneira de se determinar indiretamente a velocidade do vento é medir o seu efeito em algum processo físico. Por exemplo, a taxa com que um objeto aquecido resfria-se depende da velocidade do vento ao qual ele é exposto. No intuito de idealizar um anemômetro - instrumento capaz de medir e velocidade do vento - sem partes móveis, considere que um condutor de níquel-cromo aquecido pela passagem de corrente elétrica,

como mostrado no circuito da figura a seguir, seja exposto ao vento. Para cada valor de velocidade do vento, existe um valor da resistência  $R_3$  que torna nula a diferença de potencial entre os pontos A e B. Dessa forma, pode-se associar o valor de  $R_3$  à velocidade do vento a ser medida, permitindo a determinação desta.



Para que esse instrumento possa ser utilizado, ele é submetido a uma regulação prévia, chamada de calibração, em que o valor de  $R_3$  é ajustado de forma a se obter diferença de potencial nula

entre os pontos A e B na condição de temperatura ambiente conhecida e ausência de vento.

Considerando que, na situação acima,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$  e a calibração do anemômetro tenha sido feita em um dia quente e sabendo que a resistência de um condutor aumenta com a elevação da sua temperatura, julgue os itens abaixo:

(1) Se, em uma determinada situação, a resistência do condutor de níquel-cromo for igual a 3  $\Omega$ , então, para que não haja diferença de potencial entre os pontos A e B, a resistência  $R_3$  deverá ser ajustada para o valor de 6  $\Omega$ .

(2) Em um dia frio, o anemômetro proposto medirá uma velocidade do vento acima do seu valor real.

(3) Para que o anemômetro funcione corretamente,  $R_3$  deve ser uma função crescente da velocidade do vento.

(4) Se a resistência do condutor de níquel-cromo em uma determinada situação for de 2  $\Omega$ , e a diferença de potencial entre os pontos A e B for nula, então a resistência equivalente do circuito medida a partir dos pontos C e D será maior que 6  $\Omega$ .

11- A finalidade de se colocar uma resistência em paralelo com um galvanômetro de fundo de escala  $i$  é:

a) fazer passar uma corrente mais intensa que  $i$  pelo galvanômetro sem danificá-lo.

b) permitir a medida de correntes mais intensas que  $i$ .

c) permitir a medida de ddps elevadas.

d) as três respostas anteriores estão corretas.

e) nenhuma das anteriores é correta.

12- Pode-se usar um galvanômetro como voltímetro, associando-se a ele um resistor de resistência de:

a) pequeno valor e em paralelo.

b) grande valor e em série.

c) grande valor e em paralelo.

d) pequeno valor e um shunt de grande potência.

e) nenhuma das anteriores.

13- (Mackenzie-SP) Qual das afirmações está errada?

a) o amperímetro é um instrumento de resistência interna quase nula.

b) o voltímetro é um instrumento de resistência interna quase infinita.

c) para uma dada resistência, a corrente é inversamente proporcional à ddp aplicada.

d) em um condutor metálico, a resistência depende de sua área de seção transversal.

e) o curto-circuito pode ocasionar grande aquecimento, acarretando perigo de incêndio.

## GABARITO

1-

a) anti horário

b) 8ohms

c) 1A

d) 10V

2-

a) 0,05A

b) 2V

c) a de 3,0V

3- d

4- b

5- d

6-

7-

8- a) 12 ohms b) 1,0A e 3,0A

9- 2,5 ohms

10- 1 e 2: corretas; 3 e 4: erradas

11- b

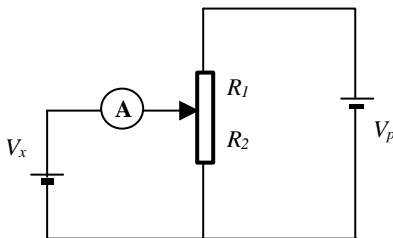
12- b

13- c

- Uma resistência  $R$  foi medida com uma ponte de Wheatstone. Sabendo que  $R=R_2.R_3/R_4$  e  $R_3 = 1000\Omega \pm 0,05\%$ ,  $R_4 = 100\Omega \pm 0,05\%$  e  $R_2$  é uma caixa de quatro décadas com
  - década A: 10 resistências de  $1000\Omega \pm 0,5\Omega$
  - década B: 10 resistências de  $100\Omega \pm 0,1\Omega$
  - década C: 10 resistências de  $10\Omega \pm 0,05\Omega$
  - década D: 10 resistências de  $1\Omega \pm 0,05\Omega$

Determine  $R$  e o erro correspondente sabendo que, no equilíbrio,  $R_2$  foi ajustada para  $5436\Omega$ . (Exercício 1.3 de [1]).

- Um voltímetro digital de  $3\frac{1}{2}$  dígitos apresenta um valor de fim de escala de  $1,999\text{ V}$ . Desenhar a curva limite de erro para este voltímetro na gama  $0,100\text{ V}$  a  $1,999\text{ V}$ . A especificação de erro é  $\pm[0,05\% \text{ da leitura} + 1 \text{ LSD}]$ . (Exercício 1.8 de [1])
- O esquema da figura representa um método de zero para a medição de uma tensão desconhecida  $V_x$  a partir de elementos conhecidos  $V_p$ ,  $R_1$  e  $R_2$ . (Note que  $V_x = V_p.R_2/(R_1+R_2)$  quando a corrente detectada no amperímetro é nula).



Supondo que:

- $V_p = 8,00\text{ V}$  com um erro relativo de  $0,1\%$ ;
- a resistência total do potenciômetro é  $R_t=8,0\text{ k}\Omega$  sendo o erro relativo máximo de cada um dos braços igual a  $0,5\%$ ;
- o amperímetro é de classe 0,5, tem uma resistência interna de  $50\Omega$  e uma corrente de fim de escala de  $1\text{ mA}$ .

Com  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$  determine o valor de  $V_x$  e o respectivo erro de medição considerando: a) o amperímetro ideal; b) o amperímetro real com as características apontadas.