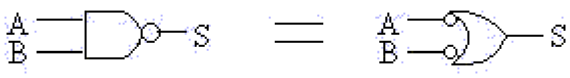
Álgebra de BOOLE

Teoremas da Álgebra de Boole

Prof. Corradi – www.corradi.junior.nom.br

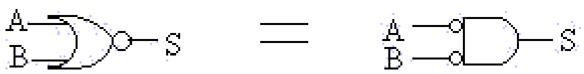
ATENÇÃO: **A'** significa **NOT** (**A**); **B'** significa **NOT (B)**
Uma função combinacional pode ser escrita de várias maneiras, sem ser alterada, fazendo-se uso dos Teoremas da **Álgebra de Boole**. Por exemplo:

a) (A . B)' = A' + B'



$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

b) (A + B)' = A'. B'



$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Onde os símbolos "**'**" e "**+**" representam :

A negação (**NOT**) e a função (**OR**) respectivamente.
Aqui se usou um teorema conhecido como **Teorema de De Morgan**.
Os principais teoremas da Álgebra Booleana são:

Ordem	Teoremas	Ordem	Teoremas
1	**A + 0 = A**	11	**A . B + A . B' = A**
2	**A + 1 = 1**	12	**(A + B) . (A + B') = A**
3	**A + A = A**	13	**A + A' . B = A + B**
4	**A + A' = 1**	14	**A . (A' + B) = A . B**
5	**A . 1 = A**	15	**A + B . C = (A + B) . (A + C)**
6	**A . 0 = 0**	16	**A . (B + C) = A . B + A . C**

7	**A . A = A**	17	**A . B + A' . C = (A + C) . (A' + B)**
8	**A . A' = 0**	18	**(A + B) . (A' + C) = A . C + A' . B**
9	**A + A . B = A**	19	**A . B + A' . C + B . C = A . B + A' . C**
10	**A . (A + B) = A**	20	**(A + B) . (A' + C) . (B + C) = (A + B) . (A' + C)**

Como qualquer prova de teorema, a cada passo em direção à prova, você tem que dizer o **porquê** do passo. Veja este exemplo (a prova do teorema 10):

A . (A + B)

= (pelo teorema 16)

A . A + A . B

= (teorema 7)

A + A . B

= (teorema 5)

A . 1 + A . B

= (teorema 16)

A . (1 + B)

= (teorema 2)

A . 1

= (teorema 5)

A

C.Q.D

O que completa a prova. É muito importante que você exercite este tipo de problema, uma vez que são absolutamente importantes para o estudo de **Circuitos Digitais Combinacionais.**

Exercícios Resolvidos de Simplificação de funções lógicas:

1)

$$S = ABC + A\overline{C} + A\overline{B}$$

$$S = A(BC + \overline{C} + \overline{B})$$

$$S = A.(BC + \overline{BC})$$

$$S = A.1$$

$$S = A$$

2)

$$S = (AB\overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

$$S = (AB\overline{C}.\overline{A}) + (AB\overline{C}.\overline{B}) + (AB\overline{C}.\overline{C})$$

$$S = AB\overline{C}$$

3)

$$S = (A + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

$$S = A\overline{A} + A\overline{B} + AC + \overline{A}B + B\overline{B} + CC + \overline{A}C + \overline{B}C + BC$$

$$S = A\overline{B} + AC + \overline{A}B + B\overline{B} + C + \overline{A}C + \overline{B}C + BC$$

$$S = A\overline{B} + \overline{A}B + C(A + 1 + \overline{A} + \overline{B} + B)$$

$$S = A\overline{B} + \overline{A}B + C$$

$$S = (A \oplus B) + C$$

4)

$$S = (\overline{\overline{AC} + B + D}) + C(\overline{ACD})$$

$$S = (\overline{\overline{A} + \overline{C} + B + D}) + C(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})$$

$$S = A\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}C + C\overline{C} + C\overline{D}$$

$$S = \overline{A}C + C\overline{D}(A\overline{B} + 1)$$

$$S = \overline{A}C + C\overline{D}$$

$$S = C(\overline{A} + \overline{D})$$

5)

$$S = [\overline{(A + B).C}] + [\overline{D.(C + B)}]$$
$$S = (\overline{A + B}) + \overline{C} + \overline{D} + (\overline{C + B})$$
$$S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{C} + \overline{D} + \overline{C}.\overline{B}$$
$$S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{D} + \overline{C}.(\overline{B} + 1)$$
$$S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$$

6)

$$S = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC + AB\overline{C}$$
$$S = \overline{A}(\overline{B}C + BC + B\overline{C}) + AB(C + \overline{C})$$
$$S = \overline{A}[C(B + \overline{B}) + B\overline{C}] + AB$$
$$S = \overline{A}[(C + B\overline{C}) + AB$$
$$S = \overline{A}[(C + B).(C + \overline{C})] + AB$$
$$S = \overline{A}(C + B) + AB$$
$$S = \overline{A}C + \overline{A}B + AB$$
$$S = \overline{A}C + B(\overline{A} + A)$$
$$S = \overline{A}C + B$$

7)

$$S = \overline{A}B + A.\overline{B} + AB$$
$$S = \overline{A}B + A(.\overline{B} + B)$$
$$S = \overline{A}B + A$$
$$S = (A + \overline{A}).(A + B)$$
$$S = A + B$$

8)

$$S = [\overline{\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}.(X + Y + \overline{Z})}]$$
$$S = \overline{(\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}X + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}Y + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}.\overline{Z})}$$
$$S = \overline{\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}}$$
$$S = X + Y + Z$$

9)

$S = \overline{X}.(X + Y) + \overline{Z} + ZY$

$S = \overline{X}X + \overline{X}Y + (\overline{Z} + Y).(\overline{Z} + Z)$

$S = \overline{X}Y + \overline{Z} + Y$

$S = \overline{Z} + Y(\overline{X} + 1)$

$S = \overline{Z} + Y$

10)

$S = (A + \overline{B} + AB).(A + \overline{B}).(\overline{A}B)$

$S = (A + \overline{B} + AB).(A\overline{A}B + \overline{A}\overline{B}B)$

$S = (A + \overline{B} + AB).0$

$S = 0$

11)

$S = (A + \overline{B} + A\overline{B}).(AB + \overline{A}C + BC)$

$S = [A + \overline{B}(1 + A)].(AB + \overline{A}C + BC)$

$S = (A + \overline{B}).(AB + \overline{A}C + BC)$

$S = AAB + A\overline{A}C + ABC + AB\overline{B} + \overline{A}.\overline{B}C + \overline{B}.BC$

$S = AB + ABC + \overline{A}\overline{B}C$

$S = AB(1 + C) + \overline{A}\overline{B}C$

$S = AB + \overline{A}.\overline{B}C$

12)

$$S = (AB + C + D).(C + \overline{D}).(C + \overline{D} + E)$$
$$S = (AB + C + D).(C + C\overline{D} + CE + C\overline{D} + \overline{D} + \overline{D}E)$$
$$S = (AB + C + D).[C(1 + \overline{D} + E + \overline{D}) + \overline{D}(1 + E)]$$
$$S = (AB + C + D).(C + \overline{D})$$
$$S = ABC + AB\overline{D} + C + C\overline{D} + CD + D\overline{D}$$
$$S = AB\overline{D} + C(AB + 1 + \overline{D} + D)$$
$$S = AB\overline{D} + C$$

13)

$$S = \overline{A}B(\overline{D} + D\overline{C}) + (A + \overline{A}CD).B$$
$$S = \overline{A}B[(\overline{D} + D).(\overline{D} + \overline{C})] + (AB + \overline{A}BCD)$$
$$S = \overline{A}B(\overline{D} + \overline{C}) + AB + \overline{A}BCD$$
$$S = \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + AB + \overline{A}BCD$$
$$S = B(\overline{A}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{C} + A + \overline{A}CD)$$
$$S = B[A + \overline{A}.(\overline{C} + \overline{D} + CD)]$$
$$S = B[A + \overline{A}.(\overline{CD} + CD)]$$
$$S = B(A + \overline{A})$$
$$S = B$$

14)

$$V = (W + X + Y).(W + \overline{X} + Y).(\overline{Y} + Z).(W + Z)$$
$$V = (W + W\overline{X} + WY + XW + X\overline{X} + XY + YW + Y\overline{X} + Y).(\overline{Y}W + \overline{Y}Z + ZW + Z)$$
$$V = [W(1 + \overline{X} + Y + X + Y) + Y(X + \overline{X} + 1)].[\overline{Y}W + Z(\overline{Y} + W + 1)]$$
$$V = (W + Y).(\overline{Y}W + Z)$$
$$V = \overline{Y}W + WZ + YZ$$